Epsilon

An Online Magazine

1st Edition

Published by—
Department of Mathematics
Bangabasi Evening College

সম্পাদকীয়,

দীর্ঘ লকডাউন পর্ব কাটিয়ে এখনও আমরা ফিরতে পারিনি আমাদের প্রতিষ্ঠানের চার দেয়ালের মাঝে। ব্ল্যাকবোর্ডে খসখসে চকের আওয়াজ পায়নি আমাদের কান বিগত দশ মাস। এমতাবস্থায় আমাদের ছাত্র-ছাত্রীদের গণিতের ভাবনা চিন্তার উৎসাহে যাতে ভাটা না পড়ে তা নিয়ে ভাবতে গিয়েই জন্ম হল 'Epsilon'-এর । 'Epsilon'-এর প্রথম সংখ্যা প্রকাশিত হচ্ছে আজ। উপলক্ষ তো ছিলই, দেশনায়ক নেতাজী

সুভাষচন্দ্র বসু এবং প্রবাদপ্রতিম গণিতজ্ঞ ডেভিড হিলবার্টের জন্মজয়ন্তী। এই পত্রিকার অনুমোদন ও শুভেচ্ছাবার্তার জন্য অধ্যক্ষ মাননীয় ডঃ সঞ্জীব চট্টোপাধ্যায় মহাশয় কে আন্তরিক ধন্যবাদ জানানোর ভাষা আমাদের নেই। ওনার উৎসাহ ও শুভকামনায় চলতে থাকবে 'Epsilon'-এর কাজ। প্রতিটি উৎসাহী ছাত্রছাত্রী এবং শিক্ষক শিক্ষাকর্মীবৃন্দ যাহারা 'Epsilon'-কে গড়ে তুলতে সক্রিয় অংশগ্রহণ করেছেন তাহাদের জন্য রইল শুভেচ্ছা। ডিপার্টমেন্টের পক্ষ থেকে আন্তরিক ধন্যবাদ আমাদের ছাত্রী ও ছাত্র সুমনা মজুমদার, প্রণয় বিশ্বাস ও ঋত্বিক হাজরা-কে যাদের অক্লান্ত পরিশ্রমে 'Epsilon' বাস্তবে রূপ পেতে চলেছে। 'Epsilon'-এর প্রথম সংখ্যা-র আন্তরিক সাফল্য কামনা করি। ত্রুটি-বিচ্যুতির জন্য মার্জনা এবং গঠনমূলক সমালোচনা সর্বদা স্বাগত।

সম্পাদক

Banamali Roy

HOD(Department of Mathematics,BEC)

Sagarmoy Bag

SACT(Department of Mathematics,BEC)

CONTENTS:

- POTRAITS AND SKETCHES PAGE:4-6
- PHOTOGRAPHY PAGE:7-10
- ARTICES ON MATHEMATICS PAGE:11-30
- STORIES PAGE:31-35
- POEM PAGE:36-37
- A TABLA COMPOSITION PAGE:38
- A DANCE PAGE:38
- AUDIO MUSIC PAGE:38

জন্মদিনে শ্রদ্ধার্ঘ্য

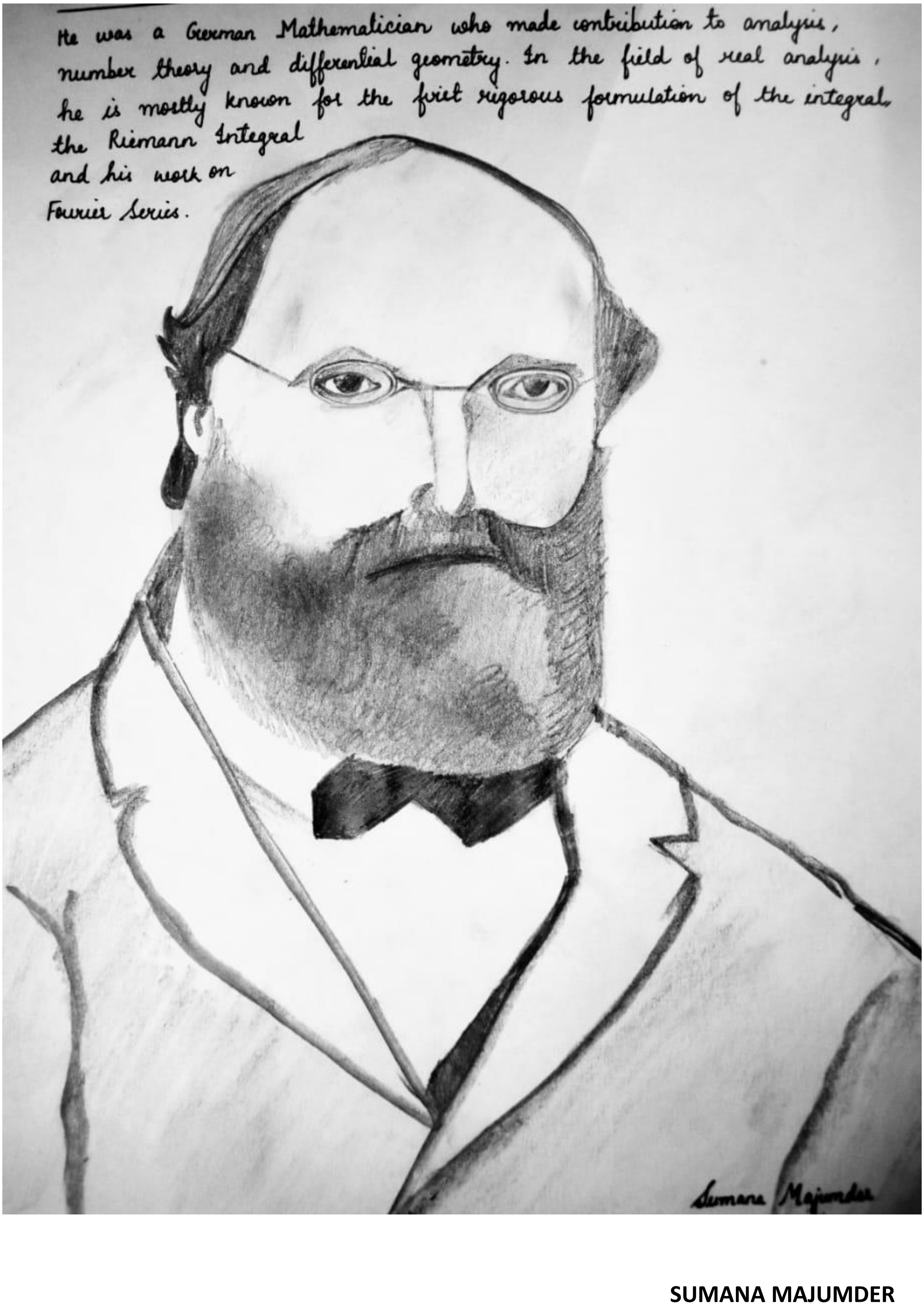
Digital Sketches by Rittwik Hajra (MSc 3RD SEMESTER)

NETAJI SUBHAS CHANDRA BOSE

SIR DAVID HILBERT

RITTWICK HAZRA

MSc 3rd SEMESTER



SUMANA MAJUMDER

MSc 3RD SEMESTER

PHOTOGRAPHY:

AYAN BISWAS

MSc 1ST SEMESTERAYAN BISWAS

AYAN BISWAS

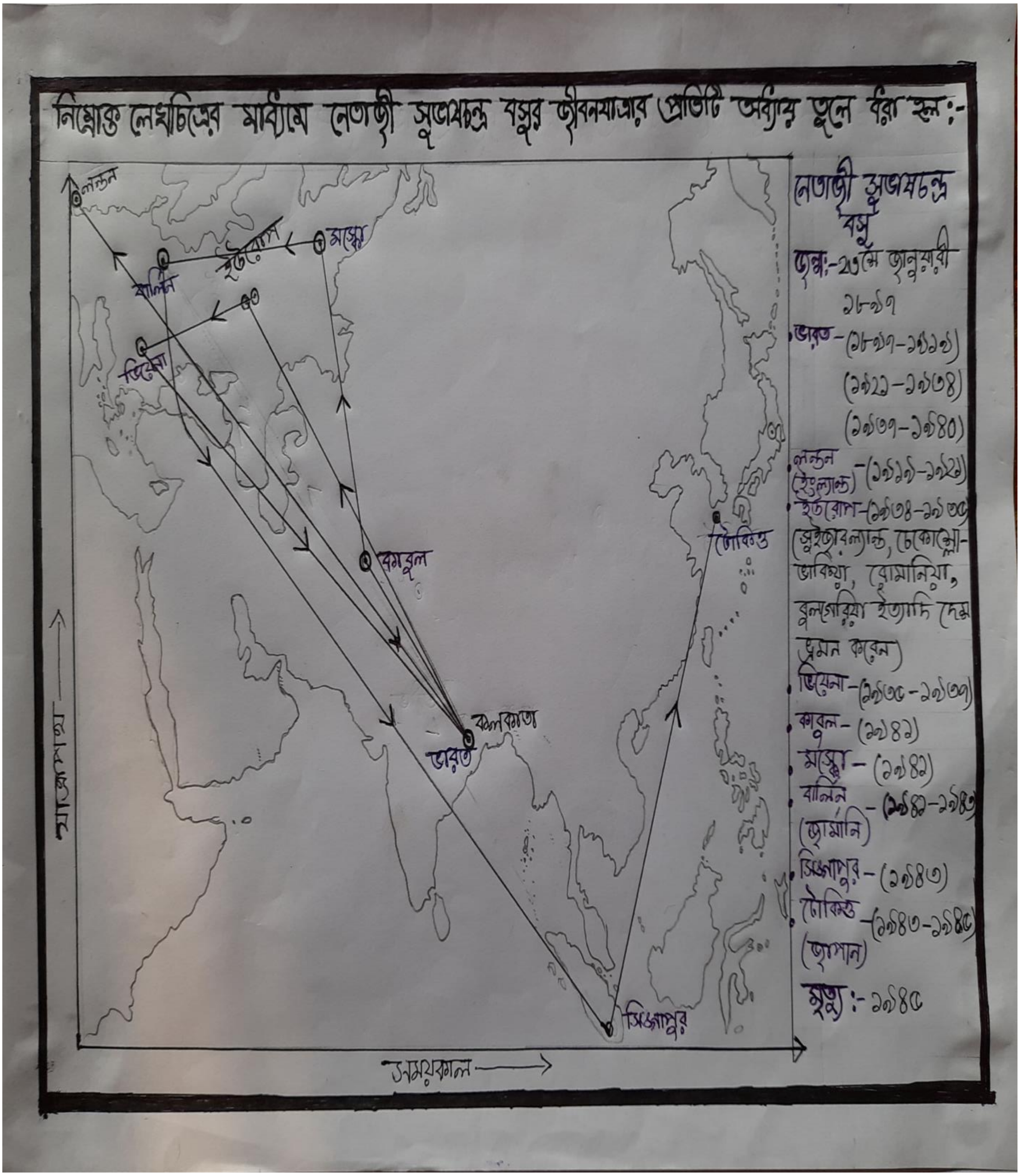
MSc 1ST SEMESTER

AYAN BISWAS

MSc 1ST SEMESTER

AYAN BISWAS

MSc 1ST SEMESTER



SABUJ BERA

MSc 3RD SEMESTER

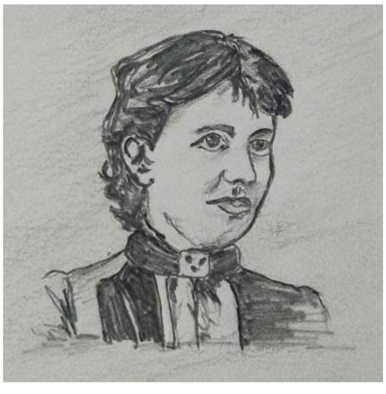
Some women mathematicians who transformed mathematics

Hypatia(370 - 417):

Hypatia is the first woman known to have taught mathematics. She worked on several researches most significant of which included her commentaries on the Greek text book, Arithmetica and on the comics of Apollonius.

Sophie Germain (1776-1831):

*Sophie Germain's paper on elasticity theory made her the first woman to be awarded from the Paris Academy of sciences in 1816. She was also a major contributor in proving *Fermat's* Last theorem.*



Sofia Kovalevskaya (1850-1891):

Kovalevskaya gave the Cauchy-Kovalevskaya Theorem it's end result in1875,worked on paper in which she invented the Kovalevskaya Top and published ten papers based on mathematics and mathematical physics.

Emmy Noether (1882-1935):

Emmy Noether is famous for coining the Noether's Theorem that clarifies the relationship between conservation laws and symmetry ,as well as Noether's Ring that changed the basics of abstract algebra. Noether is also famous for other theories based on non commutative algebras, hyper-complex numbers and commutative rings. She received the Ackermann-Teuber Memorial Award for her input in the field of mathematics.

Katherine Johnson (1918-?):

Katherine Johnson is known for her work in complex manual calculations at NASA, and specifically, her work in orbital mechanics, which helped with initial and subsequent U.S. manned spaceflights. She received the Presidential Medal of Freedom in 2015.

Julia Robinson (1919-1985):

*She was the first female mathematician elected by the National Academy of Sciences and president of the American Academy of Arts and Sciences.She is well regarded for her work on *Hilbert's* Tenth problem and decision problems.*

Tanusree Das.

MSc 3RD SEMESTER

Prabir Majumdar

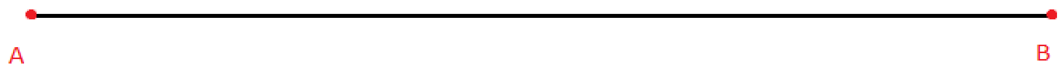
MSc 1ST SEMESTER

PARADOXES

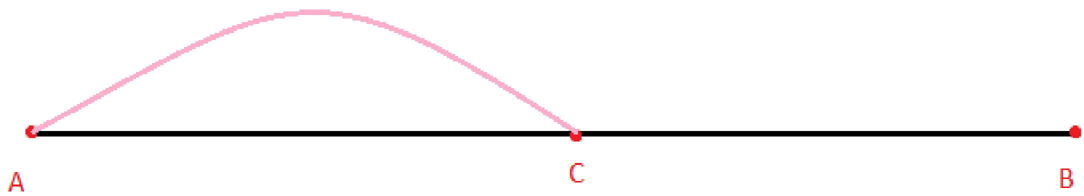
As a logician when one comes across a statement, which are self-contradictory, however seems quite logical at the same time, those statements are known as **paradoxes.** In the field of mathematics, there are numerous breathtaking paradoxes, some of which might blow out your mind and put in loop of thoughts. Some were solved, and the rest are still out there hanging in the universe to give you some sleepless nights.

So, what if I tell you something. What if I tell you that it would take infinite time to travel from one place to another. Insane rights? What if I give an argument supporting my illogical assertion.

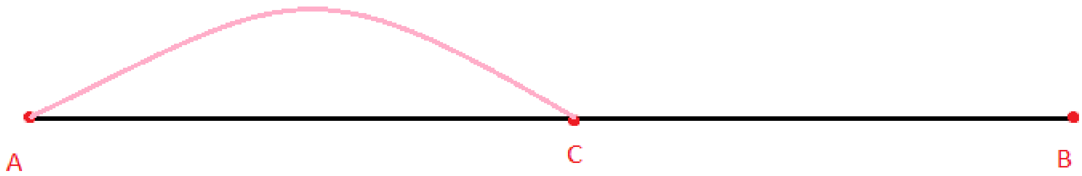
Suppose you need to travel from point A to point B.



So, to travel from point A to point B, you must have to cross midway. Suppose we name that point C.
So, to reach point C you must take finite amount of time.



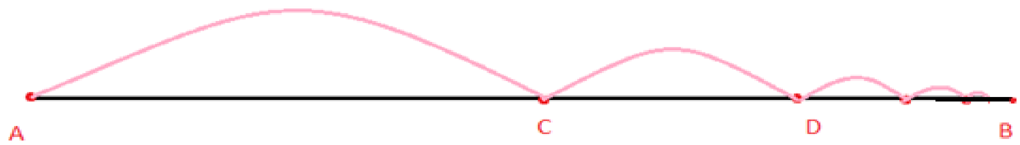
Again, to reach point C from point B, you must have to cross the midpoint of C and B name it D and similarly it takes finite amount of time.



Similarly, you walk half the distance of the remaining path in a finite amount of time. This happens again and again and for ever after, since we can always divide the distance remained, into halves, each of which would take finite amount of time to travel.

So how long would it take you to reach to the point B?

We must add these finite times infinitely.



So, shouldn't the total time add up to infinity?

Now, my assertion, which I made short time before doesn't seem illogical right?

So here, this is the paradox.

The above paradox was stated by the great Greek philosopher "ZENO" and is popularly known by his name "THE ZENO PARADOX".

Since, we are quite motivated by ZENO paradox, let me discuss the origin of "RUSSEL PARADOX".

What are numbers?

If we think keenly, we weren't much bothered about the definition of it. There was an upstir in the Mathematical Society to find an answer to it.

Hence came "GOTTLOB FREGE" with his theory. According to him, "NUMBERS" are nothing but extensions to some concept.

For instance, if we consider the concept of red color, then the extension is the set of all things that are red in color. So, it is likely that every concept has an extension.

Things were going pretty good for FREGE, when he received a letter from "BERTRAND RUSSEL". The letter stated the following:

“Dear colleague,

I find myself in complete agreement with you in all essential. In regard to many particular questions I find in your work discussion, distinction, definitions the one seeks in vain in the work of other logicians.

There is just one point where I have encountered a difficulty. Consider the set of all sets that are not members of itself. Is this set a member of itself?”

So, a set of all those sets that doesn’t contain itself, contain itself? This is the famous “RUSSEL PARADOX”.

If the set contains itself, then the set must not contain itself and if the set doesn’t contain itself then it must contain itself.

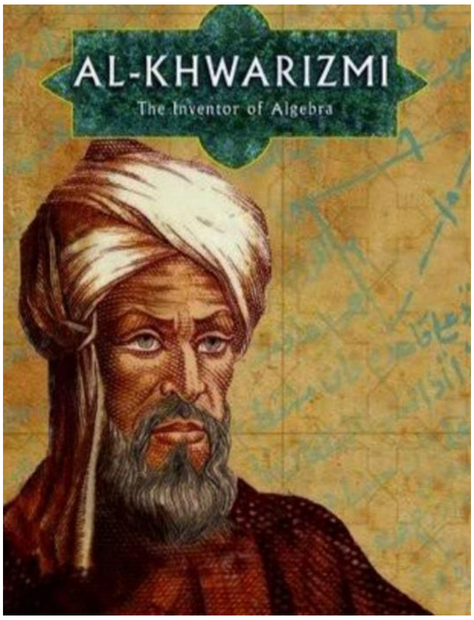
MINDBLOWING RIGHT??????????

SUMANA MAJUMDER

M.SC 3RD SEM

THE FATHER OF ALGEBRA

MUHAMMAD IBN MUSA AL-KHIWARIZMI



BORN IN: - 780 A.D
DIED IN: - 850 A.D
ERA: - MEDIEVAL ERA (9th CENTURY)
MAIN INTEREST: - MATHEMATICS, GEOGRAPHY, ASTRONOMY, CARTOGRAPHY.

"AL-KHIWARIZMI GREAT BOOKS ON ALGEBRA"

 AL-JABR WAL MUQABALA
(THE COMPENDIOUS BOOK ON CALCULATION BY COMPLETION AND BALANCING)

 ABOUT BOOK

1. THE FIRST BOOK ON ALGEBRA PRESENTED THE SYSTEMATIC SOLUTION OF LINEAR AND QUADRATIC EQUATION.
2. THE BOOK HAS TWO PARTS
FIRST PART CONTAIN QUADRATIC EQUATION, THEIR ROOTS AND CALCULATION, MATHEMATICAL OPERATION.
AND SECOND PART CONTAIN SOLUTION OF PRACTICAL INHERITANCE LEGACIES, MEASUREMENT ETC.

 HINDU- ARABIC NUMERICAL
(CONCERING THE HINDU ART OF RECKONING)

 ABOUT BOOK

1. THE BOOK INTRODUCE HINDU-ARABIC NUMERAL TO WEST WHICH EVENTUALLY REPLACED THE UNWIDELY ROMAN ONE.
2. THE BOOK EASE THE ADDING, SUBTRACTING, MULTIPLCATION, DIVISION IN 9TH CENTUARY.

SOME FACTS RELATED TO ALGEBRA AND AL-KHIWARIZMI

1. AL –KHIWARIZMI WAS FIRST DIRECTOR IN "HOUSE OF WISDOM" AN INTELLECTUAL CENTER FOR SCHOLORS IN 9TH CENTURY BAGHDAD UNDER THE CALIPH "HARUN-ALRASHID".
2. AL-KHIWARIZMI KNOWN AS "FATHER OF ALGEBRA".
3. THE WORD ALGEBRA COMES FROM HIS BOOK NAME ALJABR WAL MUQABALA, WHEN THIS BOOK TRANSLATE INTO LATIN THEN " ALGEBRA" COMES OUT FROM THE LATINIZATION OF THE WORD " AL-JABR".
4. THE WORD "ALGORITHM" IS NOTHING BUT LATINIZATION OF HIS NAME "AL-KHIWARIZMI"
WHEN HIS BOOK "CONCERING THE HINDU ART OF RACKONING" TRANSLATE INTO LATIN THEN
AL-KHIWARIZMI > AL-GORITMI> AL-GORITHM.

5. AL-KHIWARIZMI WAS THE OUTSTANDING MATHEMATICIAN IN 9TH CENTURY.HE WAS NOT THE FIRST MAN TO SOLVE QUADRATIC EQUATION THEY GO ALL THE WAY BACK TO ANTIQUITY BUT HE WAS CERTAINLY THE FIRST MATHEMATICIAN TO PROVIDE THE GENERAL METHOD OR TECHNIQUE FOR SOLVING THEM AND TODAY WE CALLED STEP BY STEP SOLVING METHOD IS “ALGORITHM”.
6. AL-KHIWARIZMI BEST WORK IS HINDU-ARABIC NUMERAL. HE REPLACE THE ROMAN NUMBER SYSTEM BY HINDU-ARABIC NUMERAL THAT REALLY HELPS IN ADDITION, SUBTRACTION.
7. AL-KHIWARIZMI USED TO CALCULATE MUSLIM INHERITANCE LAWS.HIS VERY FAMOUS BOOK ON ALGEBRA “AL-JABR WAL MUQABALA” IN THE EARLY 800’S ROUGHLY HALF OF IT IS DENOTED TO A DISCUSSION OF “STORY PROBLEM” BASED ON SUCH DIVISION OF ESTATE.
8. AL-KHIWARIZMI CONTRIBUTION TO TIME KEEPING OR TIMES OF PRAYERS
HE WAS THE FIRST IN THE HISTORY, WORKED ON THIS TOPIC THE CONSTRUCTION OF SUNDIAL IS CONTRIBUTION OF ALKHIWARIZMI. PEOPLE USED IT IN MASJID TO DETERMINE THE NAMAZ TIME.
9. AL-KHIWARIZMI HAD ALSO COMMAND ON GEOMETRY.HE USED GEOMETRIC PROOF FOR SOLVING SIX TYPES OF QUADRATIC EQUATION IN HIS BOOK.
10. HE OVERSAW THE TRANSLATION OF THE MAJOR GREEK AND INDIAN MATHEMATICS BOOK (INCLUDING GREAT BRAHAMAGUPTA) INTO ARABIC AND PRODUCE ORIGINAL WORK WHICH HAS LASTING INFLUENCE ON LATER EUROPEAN MATHEMATICS.
CONCLUSION:-

- AL-KHIWARIZMI WAS A NOTEABLE MATHEMATICIAN ALONG WITH AN ABUNDANCE OF OTHER ATTRIBUTES. HE DISCOVERED NEW WAYS OF SOLVING QUADRATIC EQUATION.
- WITHOUT ANY ALGORITHM AND ALGEBRA ,WE DON’T EVEN DREAM THERE ARE FACE-BOOK ,WHATS APP, COMPUTER, COMPUTER ENCRYPTION.CLICKING STEP BY STEP IN FACE BOOK , WHATS APP IS NOTHING BUT ALGORITHM,THAT WAS INVENTION OF 9TH CENTURY.

ARFA SALIM

MSc 3RD SEMESTER

Characterization of dense subset of $\mathbb{R}$ via continuous functions

[First I would like to give my respect to Netaji Subhas Chandra Bose for giving me chance to write this note sitting in independent India. Also I would like to thank Professor David Hilbert for making Mathematics subject so beautiful for which reader's will read my note. I want to dedicate the following short note to them in their birthday.]

$\mathbb{R}$ is the real line. A subset A of $\mathbb{R}$ is called dense in $\mathbb{R}$ if $\overline{A} = \mathbb{R}$, where $\overline{A}$ is the closure of the set A.

The following result is very well known.

THEOREM 0.1. *Let $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ be a continuous function and A be a dense subset of $\mathbb{R}$. If $f(A) = \{0\}$, then $f(\mathbb{R}) = \{0\}$.*

PROOF. Let $f(A) = \{0\}$ and $x \in \mathbb{R} \setminus A$. Then there exists a sequence $\{x_n\}$ in A such that $x_n \to x$ as $n \to \infty$ (since A is dense in $\mathbb{R}$). Now $f(x) = f(lim_{n\to\infty} x_n)$ $= lim_{n\to\infty} f(x_n)($ *as f is continuous* $) = 0$. □

Question: Is the converse of the above result true?

Answer is yes.

Now I state and prove the converse of the above result.

THEOREM 0.2. *Let A be a subset of $\mathbb{R}$ such that for any continuous function $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ with $f(A) = \{0\}$ implies $f(\mathbb{R}) = \{0\}$. Then A is dense in $\mathbb{R}$.*

PROOF. Let A be a subset of $\mathbb{R}$ satisfying the given condition. If possible let A be not dense in $\mathbb{R}$ and $y \in \mathbb{R} \setminus \overline{A}$.

Define a function $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ by $f(x) = d(x, \overline{A})$ for all $x \in \mathbb{R}$, where $d(x, \overline{A})$ is the distance of x from $\overline{A}$. Then f is continuous. Since $\overline{A}$ is closed, then $f(x) = d(x, \overline{A}) = 0$ if and only if $x \in \overline{A}$.

Therefore $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ is a continuous function such that $f(A) = \{0\}$ but $f(\mathbb{R}) \neq \{0\}$ as $f(y) \neq 0$, which contradicts our hypothesis. Therefore A must be dense in $\mathbb{R}$.

This completes the proof. □

So, from the above two result we get:

THEOREM 0.3. *Let A be a subset of $\mathbb{R}$. Then A is dense in $\mathbb{R}$ if and only if for any continuous function $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ with $f(A) = \{0\}$ implies $f(\mathbb{R}) = \{0\}$.*

The above result gives a characterization of a dense subset of $\mathbb{R}$ with the help of real valued continuous function on $\mathbb{R}$.

SAGARMOY BAG

SACT

(Department of Mathematics BEC)

FEW GREAT MATHEMATICIANS AFTER AND BEFORE THE HILBERT'S YEAR

➤ **Pre-Hilbert's Mathematicians :-**

Pythagoras(Greece, 570-495 BCE), Plato(Athens,Greece, 427-347 BCE), Euclid(Greece, 300 BCE), Archimedes(Italy, 287-212 BCE), Diophantus(Greece, 0200-0284), Aryabhata(India, 0476-0550), Brahmagupta(India, 0598-0668), Sridhara Acaryya(India, 0870-0930), Bhaskaracarya(India, 1114-1185), Gerolamo Cardano(Italy, 1501-1576), Lodovico Ferrari(Italy,1522-1565), Pierre de Fermat(France, 1607-1665), Blaise Pascal(France, 1623-1662), Abraham de Moivre(France, 1667-1903), Isaac Newton(United Kingdom, 1643-1727), Gottfried Wilhelm Leibnitz(German, 1646-1716), Michel Rolle(France, 1652-1719), Guillaume de l'Hopital(France, 1661-1704), Brook Taylor(United kingdom, 1685-1731), Colin Maclaurin(Scotland, 1698-1746),Thomas Bayes(United Kingdom, 1702-1761), Leonhard Euler (Switzerland, 1707-1783), Jean le Rond d'Alembert(France, 1717-1783), Joseph Louis Lagrange (Italy, 1736-1813), John Wilson(United Kingdom, 1741-1793), Pierre-Simon Laplace(France, 1749-1827), Marc-Antoine Parseval(France, 1755-1836), Jean-Baptiste Joseph Fourier(France, 1768-1830), Carl Friedrich Gauss(Germany, 1777-1855), Bernard Bolzano(Austria, 1781-1841), Augustin-Louis Cauchy (France, 1789-1857), Heinrich Heine(Germany,1797-1856), Joseph Ludwig Raabe(Switzerland, 1801-1859), Niels Henrik Abel(Norway, 1802-1829), Carl Gustav Jacob Jacobi(Germany,1804-1851) Peter Gustav Lejeune Dirichlet(Germany, 1805-1859),Willam Rowan Hamilton(Ireland,1805-1865), Augustus De Morgan(United Kingdom, 1806-1881), Ernst Kummer(Germany, 1810-1893),Evariste Galois(France, 1811-1832),James Joseph Sylvester(United Kingdom,1814-1897),Karl Weierstrass (German, 1815-1897), George Boole(United Kindom, November 1815-1864), Athur Cayley(United Kingdom, 1821-1895), Gotthold Eisenstein(Germany, April 1823-1852), Leopold Kronecker(Poland, December 1823-1891), Bernhard Riemann(Germany, 1826-1866), Richerd Dedekind(Germany, 1831-1916), Rudolf Lipschitz (Germany, May 1832-1903), Peter Ludwig Mejdell Sylow(Norway, December 1832-1918), Franz Mertens (Poland,1840-1927), Camille Jordan(France,1838-1922), Jean Gaston Darboux(France, 1842-1917),Georg Cantor(Russia, March 1845-January 1918),Ulisse Dini(Italy, November 1845- October 1918), William Burnside (United Kingdom, 1852-1927), Johan Jensen(Denmark, May 1859-1925), Otto Ludwig Holder (Germany, December 1859-1937).

David Hilbert (Germany, 23 January 1862 - 14 February 1943)

- **Post-Hilbert's Mathematicians :-**

Hermann Minkowski(Germany, 1864-1909), Jacques Hadamard(France, 1865-1963), Ernst Leonard Lindelof(Finland, 1870-1946), Emile Borel(France, January, 1871-1956), Ernst Steinitz(Germany, June, 1871-1928), Bertrand Russell(United Kingdom, 1872-1970), Henri Leon Lebesgue(France, 1875-1941), Godfrey Harold Hardy (United Kingdom, 1877-1947), Albert Einstein(Germany, 1879-1955), Heinrich Franz Friedrich Tietze(Austria, 1880-1964), Joshep Henry Maclagan Wedderburn(United Kingdom, February 1882-1948), Amalie Emmy Noether(Germany, March 1882-1935), Srinivasa Ramanujan(India,1887-1920), Prasanta Chandra Mahalanobis(India, 1893-1972), Saytendra Nath Bose(India,1894-1974), Kazimierz Kuratowski(Poland, 1896-1980), Pavel Urysohn (Ukraine,February 1898-1924), Emil Artin(Germany, 1898-1962), Marshall Harvey Stone(United State, 1903-1989), Philip Hall(United Kingdom, 1904-1982), Nathan Jacobson(Poland,1910-1999),Laurent Schwartz(France, 1915-2002), Jessie MacWilliams(United Kingdom, 1917-1990), Israel Nathan Herstein (Poland, 1923-1988), Haris-Chandra(India, 1923-1983), Alexander Grothendieck(Germany, 1928-2014), Shakuntala Devi(India, 1929-2013), Mudumbai Seshachalu Narasimhan(India, 1932- Still alive), Gloria Conyers Hewitt(South Carolina, 1935-Still alive), Narendra Karmarkar(India, 1955- Still alive), Manjul Bhargava(Canada, 1974- Still alive), Terence Chi-Shen Tao(Australia, 1975- Still alive).

Achintya Singha

SACT, Bangabasi Evening college, Department of Mathematics.

Searching Maximal Ideals

Pronay Biswas

Department of Pure Mathematics

"A good stock of examples, as large as possible, is indispensable for a thorough understanding of any concept, and when to learn something new, I make it my first job to build one" - Paul Halmos

Having a great faith in Paul's way of *"doing"* Mathematics I will take this opportunity to walk you through a journey of **Searching** Maximal ideals

1 Existence

Question

Given any ring R, is it possible to find and to give a precise form *(in some sense)* to all of its maximal ideals?

If we take R to be a **commutative ring with unity** then we have a variation of the Zorn's Lemma:

Theorem: R be a commutative ring with 1, $I \subset R$ be a proper ideal. Then I is contained in a maximal ideal M in R.

Proof: Dummit,Foote, Page 254, Proposition 11

In a commutative ring without unity the above theorem may not hold!

Example

If we give the trivial multiplication to the abelian group (Q,+) then the ring (Q,+,×), such that $a \times b = 0$ for all a and b in Q is a ring with no maximal ideals. Observe that ideals in this ring are precisely subgroups of Q. No subgroup in Q is maximal, thus no ideal can be a maximal ideal.

MELVIN HENRIKSEN characterized those commutative ring in his paper: *"A SIMPLE CHARACTERIZATION OF COMMUTATIVE RINGS WITHOUT MAXIMAL IDEALS"* link

2 More Examples

1. We know every maximal ideal in a Commutative ring with unity is also a Prime ideal (Quotient by maximal ideal is a field which is also an integral domain, thus maximal ideals are also prime ideals). Converse of this statement is not true, take $R = \mathbf{Z}$ then (0) is a prime ideal but not maximal (why?)
2. If R is a commutative non-unital ring then every maximal ideal may not be a prime ideal. Eg. take $R = \mathbf{2Z}$ then $\mathbf{4Z}$ is a maximal ideal (why?), see that $2 \times 2 \in \mathbf{4Z}$ but $2 \notin \mathbf{4Z}$ Hence $\mathbf{4Z}$ is not a prime ideal.
3. In a Boolean ring $\prod \mathbf{Z_2}$ every Prime ideal is Maximal. They are easy too find too. Just a fix a position and look at the set of elements which are zero on that position.
4. In a Principle Ideal Domain (PID) every Prime ideal is Maximal. Every irreducible element in a PID is prime. So to find prime ideals we just have to search for irreducible elements. Now try to find maximal ideals in $\mathbf{Z_p}[x], \mathbf{R}[x], \mathbf{C}[x]$ etc. (Hint. Those are generated by irreducible polynomials)
5. In general if Every Prime ideal in a Ring R is maximal then we say that R has Krull Dimension 0.(If you take a commutative Algebra course then you will come across this beautiful result). This thread discussed this problem.

3 Maximal Ideals of C[0,1]

C[0,1] is the set of all real valued function f on [0,1] such that f is continuous with usual pointwise addition and pointwise multiplication of functions. Observe that for $c \in [0,1], M_c = \{f \in C([0,1])|. : f(c) = 0\}$. This is clearly an ideal. We will show maximal ideals of C[0,1] are precisely of this form.

Theorem

M_c is a maximal ideal. Conversely, every maximal ideal in C([0, 1]) (other than C([0, 1]) itself) has this form.

Proof: Say M_c is contained in some larger ideal J. We will show that J = C([0, 1]) so then M_c is a maximal ideal. Say $g \in J$ is not in M_c, so $g(c) \neq 0$. Then $h(x) := \frac{g(x)}{g(c)} \in J$ and $(h(x)-1) \in M_c$. Consequently $1 = h(x)+[1-h(x)] \in J$. Thus J = C([0, 1]). Note this proof did not use the compactness of [0, 1].
Conversely, let J be any maximal ideal in C([0, 1]). Assume J is not of the form M_c for any $c \in [0,1]$. Then for every $c \in [0,1]$ there is an $f_c \in J$ with $f(c) \neq 0$. Since f_c is continuous,there is a neighborhood, V_c, of c where $f(x) \neq 0$. These open sets cover [0, 1]. Because [0, 1] is compact, there is a finite sub-cover: $[0,1] \subset V_{c_1} \cup V_{c_2} \cup \cup V_{c_N}$. Let $g(x) = f_{c_1}^2(x) + f_{c_2}^2(x) + ... + f_{c_N}^2(x)$

Since the function $f_{c_j} \neq 0$ on V_{c_j} we have $g(x) > 0$ on $[0, 1]$. Therefore $\frac{1}{g(x)} \in J$ and hence $1 = \frac{g(x)}{g(x)} \in J$ Consequently J = C([0, 1]).

Properties of M_c

1. for two distinct points b and c, $M_b \neq M_c$ [Hence $c \leftrightarrow M_c$ is an One-One Correspondence]
2. M_c **is not generated by** $(x - c)$

> If we take any Compact space X then maximal ideals of C(X) are also of the form M_c. Idea of the proof is similar with the above proof.

3. M_c is not **finitely generated**. See This article.

Interested readers can try **Exercise 34** from Dummit, Foote Page 259 before reading the next section.

4 Maximal ideals of C(0,1)

Observe that we proved M_c is a maximal ideal in C[0,1] without concerning about the compactness of [0,1]. So M_c is a maximal ideal for all $c \in (0, 1)$. We want to show there are maximal ideals in C(0,1) which are not of the form M_c.

Let's Construct one

Let I= $\{f \in C(0, 1) :$ f has a compact support$\}$
In literature *Compact Support* means f is zero outside a compact set in [0,1] i.e. for a and b such that $0 < a < b < 1$, f is zero outside [a,b]. Now I is a proper ideal of C(0,1) (check) then by Zorn's Lemma for Commutative Ring with 1, there exist a maximal ideal in C(0,1) which contains I. Suppose M is that maximal ideal then $M \neq M_c$ for all c in (0,1), because we can always find a function $f \in C(0, 1)$ with compact support and $f(c) \neq 0$.
Notice that the exact same idea is used when we find the maximal ideals in $C(\mathcal{R})$. It is not a coincidence because (0,1) is homeomorphic to $\mathcal{R}$

Another way to form those "BAD" guys

Define $I_{\frac{1}{n}} := \{f \in C(0,1) : f(\frac{1}{n}) = 0, \text{for all but finitely many n}\}$ Again $I_{\frac{1}{n}}$ is a proper ideal of C(0,1) (check). Then by Zorn's lemma it is contained in a maximal ideal, say $M_{I_{\frac{1}{n}}}$, then $M_{I_{\frac{1}{n}}} \neq M_c$ for all c in (0,1) because there always exist a function f in $I_{\frac{1}{n}}$ such that $f(c) \neq 0$, (follows from the definition of f)

<u>**Note**</u>: Instead of taking $\frac{1}{n}$ we can take $\frac{1}{n+a}$ where $0 < a \leq 1$, then similarly we can produce different maximal ideal for different a. <u>So there are at least Continuum many such Maximal ideals!</u>

5 Maximal Ideals of $\mathbf{C}[x]$, $\mathbf{R}[x]$ and Hilbert's Nullstellensatz

We know $\mathcal{C}, \mathcal{R}$ are both field and so $\mathbf{C}[x], \mathbf{R}[x]$ are PID. In a PID every prime ideal is a maximal ideal and Prime elements are exactly the irreducible elements, so to find maximal ideals we just have to find all irreducible polynomials in $\mathcal{C}[x], \mathcal{R}[x]$. The only irreducible polynomials in $\mathcal{C}[x]$ are the linear ones and in $\mathcal{R}[x]$ the only irreducible polynomials can be linear and quadratics (why?). <u>Evaluation maps are really important in this context</u>

Questions

1. Maximal ideals in $\mathcal{C}[x]$ are in one-one correspondence with the points in $\mathcal{C}$
2. Maximal ideals in $\mathcal{R}[x]$ are in one-one correspondence with the upper half plane.

Maximal ideals in polynomial rings

Hilbert's Nullstellensatz or "theorem of zeros," or more literally, "zero-locus-theorem" is a theorem that establishes a fundamental relationship between geometry and algebra.
David Hilbert who is famous for his outstanding results in Pure Mathematics, his rivalry with Albert Einstein (Hibert nearly proved General Relativity Theory before Einstein!) and his famous 23 problems (some of them are still unsolved) was a German Mathematician and one of the icons of Pure Mathematics.
A famous quote attributed to Gordan (Emmy Noether's guide) about David Hilbert's proof of Hilbert's basis theorem, a result which vastly generalized his result on invariants, is "This is not mathematics; this is theology." The proof in question was the (non-constructive) existence of a finite basis for invariants.In short, Hilbert proved that polynomial ring over a Noetherian ring is Noetherian. Later Gordan realized Hilbert's genius and encouraged him to do more "Theology".
Nullstelenstaz (weak form): Let k be an algebraically closed field. Then M is a maximal ideal in the polynomial ring $k[x_1, x_2...x_n]$ if and only if $M = (x - a_1, x - a_2, ...x - a_n)$ for some $a_1, a_2, ...a_n \in k$.
I will encourage interested readers to read DANIEL ALLCOCK's proof of this beautiful theorem. It is available online. link

I hope this article will give you a look inside the universe of rings and ideals. I believe You will build your known set of favourite examples and insights. Remember that Mathematics was meant to be hard and we should enjoy that because life itself is complicated.
For any suggestion and improvement in this article please contact me here: mathcosmo007@gmail.com

PRONOY BISWAS

EX-STUDENT

THE ALGEBRA OF QUR’ANIC INHERITANCE

QUR’AN IS A RELIGIOUS BOOK OF MUSLIM. MUSLIMS BELIEVE THAT QUR’AN WAS VERBALLY REVEALED FROM ALLAH SUBHANA TALA TO MUHMMAD (S.A.W) THROUGH THE ANGEL GABRIEL IN THE YEAR 609 CE. THE FORTH CHAPTER OF THE QUR’AN SETS FORTH SOME ELABORATE RULES REGARDING THE INHERITENCE OF WEALTH. FOR EXAMPLE, WHEN A MAN DIED ,FIRST HIS DEBT WERE TO BE PAID,ALONG WITH ANY BEQUESTS TO “STRANGER”.THE REMAINDER OF THE ESTATE WAS THEN TO BE DIVIDED UP AMONG THE SURVIVING BROTHERS, SISTERS, WIDOWS AND CHILDREN ACCORDING TO CERTAIN PRESCRIBED RATIOS. QUR’AN DISCUSSED RATIO OF SHARES WITH DETAIL IN DIFFERENT CIRCUMSTANCES OR CONDITIONS. CHAPTER 4 (SURAH AL-NISA) VERSE 11, “ALLAH THUS DIRECTS YOU AS REGARD YOUR CHILDREN’S(INHERITANCE) TO THE MALE 1 PORTION EQUAL TO THAT OF 2 FEMALES; IF YOU LEAVE ONLY TWO OR MORE DAUGHTER, THEIR SHARE IS 2/3 OF THE ESTATE. BUT IF THERE IS ONLY ONE DAUGHTER, HER SHARE WILL BE 1/2. EACH PARENT IS ENTITLED TO 1/6 IF YOU LEAVE OFF SPRING.BUT IF YOU ARE CHILDLESS AND YOUR PARENTS ARE ONLY HEIRS,THEN YOUR MOTHER WILL RECEIVE 1/3.BUT IF YOU LEAVE SIBLINGS THEN YOUR MOTHER WILL RECEIVE 1/6, AFTER THE FULFILMENT OF BEQUESTS AND DEBT.BE FAIR TO YOUR PARENTS AND CHILDREN,AS YOU DO NOT FULLY KNOW WHO IS MORE BENEFICIAL TO YOU, THIS IS OBLIGATION FROM ALLAH.SURELY ALLAH IS ALL KNOWING, ALL WISE. (4:11) CHAPTER 4(SURAH AL-NISA) VERSE 176, THEY ASK YOU FOR A RULING O PROPHET SAY “ALLAH GIVES YOU A RULING REGARDING THOSE WHO DIE WITHOUT CHILDREN OR PARENTS. “IF A MAN DIES CHILDLESS AND LEAVES BEHIND A SISTER, SHE WILL INHERIT 1/2 OF HIS ESTATE, WHEREAS HER BROTHER WILL INHERIT ALL OF HER ESTATE IF SHE DIES

CHILDLESS. IF THIS PERSON LEAVES BEHIND TWO SISTERS, THEY TOGETHER WILL INHERIT 2/3 OF THE ESTATE.BUT IF THE DECEASED LEAVES MALE AND FEMALE SIBLINGS A MALE'S SHARE WILL BE EQUAL TO THAT OF 2 FEMALES. ALLAH MAKE THIS CLEAR TO YOU SO YOU DO NOT GO ASTRAY.AND ALLAH HAS PERFECT KNOWLEDGE OF ALL THING. (4:176)

THE QUR'ANIC RULES FOR DISTRIBUTION OF ESTATE OF A DECEASED MUSLIM TO VARIOUS RELATIVES, ARE COMPLICATED AND THEIR APPLICATION CALLS FOR SOME SKILLS IN ARITHMETIC AND ALGEBRAIC EQUATIONS. THE CALCULATION OF LEGAL SHARES OF NATURAL HEIRS COULD BE SOLVED BY ARITHMETIC OF FRACTION AND RATIO.IF ESTATE IS LAND , THEN GEOMETRY MUST BE KNOWN.IN ORDER TO ADDRESS RELIGIOUS PROBLEM OF INHERITANCE,MUSLIMS SHOULD HAVE KNOWLEDGE OF AIRTHMETIC, NUMBER THEORY, ALGEBRAIC EQUATION, ROOTS, MEASUREMENT, GEOMETRY ETC.

ARFA SALIM

MSc 3RD SEMESTER

Fractional Derivative:

All of us are familiar with derivatives like $\frac{d^n f}{dx^n}$ for $n \in N$. Now we wish to have $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}$th order derivative of any function. Fractional derivative is the generalization of the ordinary differential to non-integer (arbitrary) order.

The concept of fractional derivatives is not new. In 1965 L' Hospital ask the question as to the meaning of $\frac{d^n f}{dx^n}$ if $n = \frac{1}{2}$; that is " what if n is fractional ?". Leibnitz replied that " $d^{\frac{1}{2}}x$ will be equal to $x\sqrt{dx : x}$ ".

Examples:

1. *Find the value* $\frac{d^{\frac{1}{2}} f}{dx^{\frac{1}{2}}}$ *for* $f(x) = x$.

Solution: $\frac{d\,(x^n)}{dx} = nx^{n-1}$

$$\frac{d^2(x^n)}{dx^2} = n(n-1)x^{n-2}$$

$$\frac{d^3(x^n)}{dx^3} = n(n-1)(n-2)x^{n-3}$$

....

$$\frac{d^k(x^n)}{dx^k} = n(n-1)(n-2)\ldots\ \ldots[n-(k-1)]\ x^{n-k}$$

$$= \frac{n(n-1)(n-2)\ \ldots[n-(k-1)]\ (n-k)\ldots\ 3.2.1}{(n-k)\ \ldots\ \ 3.2.1} x^{n-k}$$

$$= \frac{n!}{(n-k)!} x^{n-k}$$

$$= \frac{\Gamma(n+1)}{\Gamma(n-k+1)} x^{n-k} \ \ldots\ (i)$$

here $\Gamma(.)$ describes the Gamma function.

Take $n = 1, k = \frac{1}{2}$. From (i), We have $\dfrac{d^{\frac{1}{2}}(x)}{dx^{\frac{1}{2}}} = \dfrac{\Gamma(1+1)}{\Gamma\left(1-\frac{1}{2}+1\right)} x^{1-\frac{1}{2}} = \dfrac{\Gamma(2)}{\Gamma\left(\frac{3}{2}\right)} \sqrt{x} = \dfrac{(2-1)!}{\frac{1}{2}\sqrt{\pi}} \sqrt{x} = 2\sqrt{\dfrac{x}{\pi}}.$

2. Fractional derivative of a constant function.

Solution: Let $f(x) = c$ (constant).

Now $f(x) = c.x^0$.

Take $n = 0$, $k = \frac{1}{2}$. From (i),

We have $\dfrac{d^{\frac{1}{2}}(f(x))}{dx^{\frac{1}{2}}} = \dfrac{d^{\frac{1}{2}}(c.x^0)}{dx^{\frac{1}{2}}}$

$$= c\frac{d^{\frac{1}{2}}(x^0)}{dx^{\frac{1}{2}}} = c.\ \frac{\Gamma(1)}{\Gamma\left(0-\frac{1}{2}+1\right)} x^{0-\frac{1}{2}} = c.\frac{1}{\Gamma(\frac{1}{2})}.\ x^{-\frac{1}{2}} = \frac{c}{\sqrt{\pi x}}.$$

Subrata Paul

Guest Lecturer

(Department of Mathematics, BEC)

গল্প :

মরীচিকা

রমেন এখন একটা গল্প লিখতে ব্যস্ত। গল্পের মধ্যে কোন ত্রুটি না রাখার জন্য সে তার পত্নী সুলোচনা কে বিভিন্ন চরিত্রে অভিনয় করতে বলে। এখন রমেন যে গল্প লিখছে তার নাম 'গৌরী'। গল্পের নায়ক আবির তার স্ত্রী গৌরীর সাথে হাসপাতলে , এই অংশটি লিখছে রমেন । সুলোচনা গৌরীর ভূমিকায় অভিনয় করছে আর রমেন আবিরের ভূমিকায়। গৌরী এখন হসপিটালের বেডে শুয়ে মৃত্যুর প্রহর গুনছে। সুলোচনা খাটে শুয়ে আছে আর রমেনের সাথে সংলাপ বলছে।

গল্পের অংশটি লেখা শেষে রমেন বলল "চলো এবার একটু ঘুরে আসি"। রমেন আর সুলোচনা পাশের জঙ্গলে প্রত্যেকদিন বিকেলে ঘুরতে বেরোয়। জঙ্গলের মধ্যে দিয়ে বয়ে যাওয়া নদীর পাশে বসে ওরা গল্প করে। জায়গাটা খুবই নির্জন। তাই ওদের ভীষণ প্রিয়। নাহলে ওরা কথা বললে সবাই কেমন যেন ফ্যাল ফ্যাল করে তাকিয়ে থাকে। সাথে তারা কিছু খাবার এনেছে। রমেন সেগুলো খাচ্ছে। সুলোচনা এখন আর খাওয়া পছন্দ করেনা। রমেনও খাওয়ার জন্য জোর করে না। খাওয়া শেষে রমেন সুলোচনাকে বলল "কয়েকটা বেলফুল তুলে তোমার খোপায় লাগিয়ে দেবো?" সুলোচনা জবাব দিল "ওসব লাগবেনা। জানোই তো এখন আর আমি সাজগোজ পছন্দ করিনা।" তারপর দুজনে মিলে তাদের পুরনো দিনের কথাগুলো মনে করতে থাকলো।

রমেন কলকাতার কাছে এক স্কুলে পড়াতো। সে এক বছর আগে চাকরি ছেড়ে দিয়ে এই জনশূন্য এলাকায় জঙ্গলের পাশে বাড়ি বানিয়ে বসবাস করে। বাড়ির লোকেরা প্রথমে বাধা দিয়েছিল। রমেন জানায় তার বাড়িতে এত লোকের মাঝে থেকে লেখার কাজ হয়ে উঠবে না। তারপর বাড়ির লোকেরা বাধা দেয়নি।

রমেন সুলোচনা কে বলল "সন্ধ্যে হয়ে এসেছে এবার বাড়ির দিকে যাওয়া যাক।" সুলোচনা বলল "আজ তো তোমার বাড়ির লোকেরা আসবে। আমাদের বেশি কথা বলা হবে না। আরেকটু বসো না।"

কিছু সময় কাটিয়ে তারা বাড়ির দিকে রওনা দিল। রাস্তায় বন্ধু পলাশের সাথে দেখা। পলাশ রমেনকে জিজ্ঞাসা করল "কোথায় গিয়েছিলি?" রমেন উত্তর দিল "এই একটু সুলোচনার সাথে ঘুরতে বেরিয়েছিলাম”। পলাশ আবার প্রশ্ন করল "সুলোচনা কেমন আছিস?" ওদিক থেকে কোন উত্তর এলোনা। উত্তর পাবে কি করে,এক বছর আগে সুলোচনা যে পথ দুর্ঘটনায় মারা গেছে।

SAGARMAY BAG

SACT

(Department of Mathematics BEC)

গল্প :

ননসেন্স গল্প

-"আমি সপ্তসুরে ঘেউ করলেই যত দোষ না!!"

-"ওরকম ঘেউ আমাদের সারমেয় সমাজের কলঙ্ক। খবরদার বলছি! ফের যদি এলাকায় ওই শব্দ শুনেছি আমি কিন্তু তোর প্রিয় হাড়ের ডি.এন.এ টেস্টের দাবি তুলব ডোবারম্যান মহাশয়ের কাছে হাইকোর্টে।"

-"আমার হাড় নিয়েও তোদের সমস্যা!"

-"আলবাত সমস্যা! ডাইনোসরের হাড় তোর কাছে কিভাবে এলো?"

খানিক ঘেউ-ঘেউ আর লাফালাফির পর বুম্বা পাঁজা তুলে বারান্দা থেকে ঘন্টার উপর নিশানা করে বলল-

"আমার পৈতৃক সম্পত্তি নিয়েও প্রশ্ন তোদের! আমিও বৌদিকে দেখতে পাই ডাস্টবিনের কাছে বলে দেবো তোর দুর্নাম কতদূর ছড়িয়েছে!"

ঘন্টা এবার পাঁজা চাটা বন্ধ একটু সোজা হয়ে বসে চশমাটা ঠিক করে নিয়ে আসে পাশে দেখে নিল। বলল - " কি...কি জানতে..."

কথা শেষ করতে না দিয়েই বুম্বা ক্ষ্যাক্ করে হেসে খানিক জিহ্বা প্রসারিত করে লালা ঝরিয়ে বলল -"রোজ রাতে বাড়ি ফেরার সময় জলটল খেয়ে তুই মিউ-মিউ আওয়াজ করিস ঐ অফিসের মিনির সাথে সেটা কিন্তু একমাত্র আমিই জানি!"

এই বলাতে ঘন্টা লেজ তুলে সেই যে পালাল**....**

"বুম্বা এই বুম্বা**!** ওঠে যা বলছি আর কত ঘুমাবি**"**

বুম্বা চোখ খুলে দেখল ওর মানুষ বল্টু স্কুলের প্যান্ট**-**জামা পরে ওকে ডাকছে। বল্টুকে স্কুলের বাসে তুলে দিয়ে বাড়ি ফেরার সময় বুম্বা দেখল একটা বিড়াল ঘন্টার উপর শুয়ে পাঁজা চাটচ্ছে আর ঘন্টা শুয়ে চোখ বন্ধ করে মিউ**-**মিউ আওয়াজ করছে হাসতে হাসতে।

~প্রণয় বিশ্বাস

EX-STUDENT

গল্প :

অজানা পূর্ণতা

নদীর ধারে গিয়ে একবার দাঁড়ালে প্রণয়ের আর ফিরে আসতেই ইচ্ছে করে না। সন্ধ্যে প্রায় হয়ে এসেছে,চারিদিকের আকাশটা লাল আভায় ভরে গেছে,দিগন্ত রেখাটা লালচে হয়ে উঠেছে। সূর্যটাও কিচ্ছুক্ষণ পর দিগন্ত পার করে চলে যাবে।

প্রণয় প্রায়ই এই সময় নদীর ধারে এসে একা একা বসে থাকে,আস্তে আস্তে নির্জনতায় নিজেকে বিলীন করে দিয়ে সেহারিয়ে যায় এক কল্পনার দেশে।

কয়েক বছর আগের কথা, স্কুলের গন্ডি পার করে কলেজের দিকে প্রণয় পা বাড়ালো। প্রথম দিন কলেজ গিয়ে ওর বড় একা লাগল। পুরোনো চেনা মুখ সেখানে নেই, সবই নতুন। নতুন ক্লাসরুম, নতুন teacher, নতুন classmates। "উফ্! কখন যে বাড়ি যাব"– ভাবতে থাকে প্রণয়, এভাবে ওর আর ভালো লাগছে না। এরপর এক সপ্তাহ কেটে গেল, প্রণয় নিজের মতোই থাকে, ক্লাস করে আর কলেজ ছুটির পর বাড়িতেই চলে আসে।

হঠাৎ একদিন একটা মেয়ে প্রণয়কে ডেকে বলল, " ওই, truth n dare খেলবি? চল না রে, মজা হবে।" প্রণয় মুখ তুলে তাকাল। একটা ছোট্ট ফর্সা মেয়ে, চোখে রিমলেস্ চশমা, আর তার কাজল পরা টানা-টানা চোখ দুটো প্রথমবারেই প্রণয়কে আকৃষ্ট করল। কিছুক্ষণ হতভম্ব হয়ে থাকার পর আবার তন্বীর ডাকেই প্রণয়ের চমক ভাঙল। এরপর truth n dare দিয়ে ওদের বন্ধুত্বের সূচনা ঘটে। ধীরে ধীরে তন্বী প্রণয়ের খুব ভালো বন্ধু হয়ে ওঠে।

উত্তর কলকাতার ঐ পুরোনো বড়ো বড়ো বাড়িগুলোর মাঝ দিয়ে বিস্তৃত সরু গলি থেকে শুরু করে দক্ষিণ কলকাতার সুদূর প্রসারী রাস্তাও ওদের খুনসুটির সাক্ষী। এরপর ধীরে ধীরে এই বন্ধুত্বটা একটা সম্পর্কের রূপ নেয়, তন্বী আর প্রণয় বাধা পড়ে এক মধুর বন্ধনে। দেখতে দেখতে বছরগুলো কেটে গেল। সরস্বতী পুজো, Valentine's Day তে ঘুরতে যাওয়ার থেকে, দিনের শেষে প্রণয়ের কাঁধে মাথা রেখে লাল আভায় পূর্ণ সন্ধের আকাশ দেখার মজা–তন্বীর জন্য সে যেন এক আলাদা অনুভূতি। এই অনুভূতির মজা তন্বী কোনোদিন হারাতে চাইত না। কয়েক বছরে সম্পর্কটা আরও দৃঢ় হয়ে উঠেছে। এখন ওদের সম্পর্কটা Exponential function-এর মতো। বিভিন্ন বাধা-বিপত্তি এসেও সম্পর্কটার অন্তরকলনে সক্ষম হয় না, অটুট-ই থাকে সম্পর্কটা।

দিনটা ছিল, তিন বছর আগের সরস্বতী পুজোর আগের দিন। হঠাৎ তন্বী বায়না করে বসল, " এই, কাল আমরা বেরোবো। তুই ঐ হলদে পাঞ্জাবিটা পরবি কিন্তু। তবে আমার যে হলুদ শাড়িটার সাথে পরার মতো ব্লাউজ যে কিনতে হবে। চল না রে আজ,কিনে আনি। প্লিজ চল।" মেয়েটার এই ছোট ছোট আবদারগুলোকে প্রণয় ফেলতে পারে না। শেষপর্যন্ত সন্ধ্যেবেলা ওরা বেরোলো কেনা-কাটা করতে। কেনা-কাটা সেরে বাইরেই রাতের খাবার খেয়ে বাড়ির পথে পা বাড়ালো দুজন। ঠান্ডা এক পরিবেশে, নির্জন-অন্ধকারাচ্ছন্ন রাস্তায় দুজন একসাথে একে অপরের হাত ধরে হেঁটে চলেছে।

হঠাৎ তাদের কানে এক তীব্র আওয়াজ এল আর সেই সঙ্গে চোখের সামনে দিয়ে এক তীব্র আলোর বন্যা বয়ে গেল। তারপর....

না, তারপর আর কিছু মনে পড়ে না প্রণয়ের। হাসপাতালে দুদিন পর তার জ্ঞান ফেরে। ও দেখল মা পাশে বসে অনবরত কেঁদে চলেছে। কিছু বুঝতে না পেরে, প্রণয় ওর মা কে জিজ্ঞেস করল–"আমি কোথায় আছি?

তন্বী কোথায়? "

মা বললেন–"তুই City Hospital-এ।"

একথা বলার পর থেমে গেলেন মালতীদেবী, চোখের কোণটা তাঁর টলটল করে উঠল। নিজের কোনো কন্যাসন্তান না থাকায় তন্বীকে তিনি নিজের মেয়ের মতোই ভালোবাসতেন। তন্বীকে হারানোর কষ্টটা তাঁর জন্যও প্রবল ছিল। ওই মুহূর্তে নিজেকে অনেক কষ্টে সামলে নিলেন মালতীদেবী। এরপর সুস্থ হয়ে বাড়ি ফিরে প্রণয় জানতে পারে, তন্বী আর নেই।

"সেদিনের ঐ মুহূর্তটাই কি যথেষ্ট ছিল তন্বীকে ওর কাছ থেকে কেড়ে নেওয়ার জন্য!!"– এসব ভাবতে ভাবতে প্রণয় কান্নায় ভেঙে পড়ল। ধীরে ধীরে প্রণয় একাকীত্বের অতল গভীরে যেতে শুরু করে। নির্জন নদীর পাড়ে, গভীর রাতে একা ছাদে দাঁড়িয়ে ও নিজের তন্বীকে খুঁজতে থাকত। সবসময় নিজের ঘরের ঐ বন্ধ দরজার মধ্যেই ওর দিন কাটত; কারও সাথে সেভাবে কথা বলত না, কোথাও যেত না প্রণয়। প্রায়ই সন্ধ্যেবেলা ওদের প্রেমের সাক্ষী সেই নদীর পাড়ে চলে যেত প্রণয়, নির্জনতায় নিজেকে বিলীন করে দিয়ে তন্বীকে অনুভব করতে।

কিন্তু সময় তো কখনও কারও জন্য থেমে থাকে না, বহমান নদীর স্রোতের ন্যায় সময় বয়ে যায়। কিছুদিন যেতেই প্রণয় ধীরে ধীরে স্বাভাবিক হতে থাকে। তাকে ঘিরে তন্বীর দেখা স্বপ্নগুলো প্রণয়কে নাড়া দিয়ে উঠল। সামনেই তার UPSC-এর পরীক্ষা। তন্বীর দেখা স্বপ্নগুলো মাথায় রেখে, প্রণয় রাত-দিন এক করে দিয়ে এখন UPSC-এর প্রস্তুতিতেই ব্যস্ত। এখনও সে তার ঐ বন্ধ ঘরের মধ্যেই থাকে, তবে এখন প্রণয় একাকীত্বে নিজেকে না হারিয়ে যেতে দিয়ে পরীক্ষা-প্রস্তুতিতে নিজেকে বিলীন করতে ব্যস্ত। এদিকে মালতীদেবীও নিজের একমাত্র ছেলের এভাবে স্বাভাবিক হয়ে ওঠায় একটু স্বস্তি পেলেন।

সেবছর প্রণয় UPSC পরীক্ষায় উত্তীর্ণ হল। এখন প্রণয় একজন IAS officer, মেয়েটার স্বপ্ন আজ বাস্তব রূপ পেয়েছে। প্রণয়ের চারপাশে এখন প্রচুর মানুষের আনাগোনা, একাকীত্ব বলে তার জীবনে এখন আর কিছু নেই।

এতো কাজের চাপে, এতো মানুষের ভিড়েও তন্বীর কথা ভোলেননি প্রণয়। এখনও কোনো এক পূর্ণিমার রাতে নিজের বাড়ির ছাদে দাঁড়িয়ে থাকে প্রণয়, আকাশের তারাগুলোর দিকে তাকিয়ে তন্বীকে খুঁজতে চেষ্টা করে। মাঝে মাঝে নির্জন কোনো আলো অন্ধকার মিশ্রিত রাস্তায় একাই বেরিয়ে পড়ে, তন্বীর সাথে কাটানো মুহূর্তগুলোকে নিজের কল্পনায় আরও একবার জীবিত করে নেয় প্রণয়। কখনও কখনও তাদের অসমাপ্ত গল্পটাও একটা অজানা পূর্ণতা লাভ করে প্রণয়ের কল্পনায়। নিজের অজান্তেই প্রণয়ের চোখের কোণটা হঠাৎই ভিজে যায়, কিছুক্ষণের জন্য প্রণয় ঐ নির্জনতায় মিশে গিয়ে হারিয়ে যায় এক অজানার দেশে খুবই চেনা এক মানুষের সাথে।।

–রিয়া কর্মকার

RIYA KARMAKAR

MSc 1ST SEMESTER

কবিতা:

তোমার নিষ্পলক দুটি চোখ-

চেয়ে আছে অদূরে;

শত সমুদ্রের গভীরতা, বাঁধনহীন উচ্ছাস, গগনচুম্বী লহর-সবই যেন স্তব্ধ, নিশ্চুপ।
শিশিরভেজা

ভোরের নীলিমা,

ঝলমলে প্রভাত,

পড়ন্ত বিকেলে,

রক্তরাঙা গোধুলি, রাত্রির শুন্যতা-

সবই যেন তুচ্ছ

তোমার দুই

স্নিগ্ধ মায়াময়ী নেত্রসম্মুখে।

ঐ নিষ্পলক দুটি চোখ-

না কোনো অভিযোগ,

না কোনো অনুযোগ;

না কিছু চাওয়া,

না কিছুপাওয়া;

শুধু আছে-

এক অপরিসীম গভীরতা- তৃপ্ততা, মুগ্ধতা,

কৃত্রিমতার লেশমাত্র নেই রয়েছে এক অকৃত্রিম শান্তি-

যা শুধু বলে,

আমি যেমন-

তেমনি থাকবো।

ঈশানি

EX-STUDENT

কবিতা:

মুক্তির স্বাদ

বিংশ শতকের ভারতবর্ষ—
গণতান্ত্রিক প্রজাতন্ত্র,
সত্যিই কি তাই!
সাতচল্লিশের স্বাধীনতা,
বীরের বলিদান,
দেশমাতার দূরন্ত সন্তানের—
অফুরন্ত সংগ্রাম,
ক্ষুদিরাম-প্রফুল্লর আত্মত্যাগ,
নেতাজীর জয়ের বাণী,
দেশ মাতৃকার পূজা—
সত্যিই কি সার্থক!
আঁধার নিশীথে হৃদয় কাঁপে,
ভীতির সঞ্চার।
সমাজ আজ পাশবিক,
নারীর অপমান।

লোভ-লালসা-ঘৃণ্যতা,

অন্তঃসারশূণ্য মানবিকতা;

স্বার্থপরতার চূড়ান্ত রূপ,

শুদ্ধতা আজ বিরূপ।

গান্ধিজীর অহিংসা,

বিবেকানন্দের ভাতৃত্বের বন্ধন—

সত্যিই কি অস্তিত্বহীন!

এই কি ছিল স্বাধীনতা!

এই কি তবে মুক্তির স্বাদ!

ঈশানি

EX-STUDENT

- An amazing Tabla Composition by Udit Narayan Maity, Msc Ist Semester Student.

  Please use this link to watch the video : https://youtu.be/rh6-pnCXQWw

- A graceful dance performance by Ishani Roy

  Please use the link below to watch the video: https://youtu.be/LKU049vHsL0

- A mesmerizing song by Papiya Roy accompanied by table and harmonium

  Please use the link to watch the video: https://youtu.be/URuOdKf-nuo

- Lastly the music audio by Prilita Mondal, a small tribute to all the FREEDOM FIGHTERS, who sacrificed their life so that we can enjoy our INDEPENDENCE.

  Please use the link to hear the audio: https://youtu.be/IP4wbb9bFbE

THANK YOU